

表 3-中 E.FORUM スタンダード (第 1 次案) : 中学校数学 (石井英真編集)

算数・数学的活動 (方法論に関する問い) :
 どのようにして現実世界の事象や問題の本質を数学的に抽象化し、条件を解析すればよいか。筋道を立てて考え、数学的によりよく問題を解決したり、証明したりするにはどうすればよいか。どうすれば解析の結果を発展させることができるのか。数学的表現を使ってわかりやすく説明するにはどのようにすればよいか。

領域	数と計算 (式)	図形	
領域の本質的な問い	なぜその数は必要なのか。なぜ文字式を使うのか。どうすればうまく計算できるか。	図形にはどのような形や位置関係があるのか。図形の性質を規定するものは何か。	
中学 1 年生	本質的な問い	負の数を用いるよさは何か。なぜ文字式を使うのか。方程式を使うと何ができるのか。	線対称、点対称の見方のよさは何か。空間を規定するものは何か
	永続的理解	現実の世界においては、正反対の方向や性質をもつ量を 1 つの言い方にまとめる必要から負の数が生まれる。事象の関係を一般的に簡潔に表す必要から文字が使われる。方程式を作れば、解を見いだすことを形式的・自動的に行うことができる。	平面図形を形と大きさを変えずに動かす必要性から線対称や点対称の考えが生まれる。空間はそれを構成する点、線、面の位置関係により規定され、それらの関係に着目し、図形の運動として捉えたり、平面上に見取り図や投影図を用いて表現したりすることで把握できる。
	課題例	(東京の時刻を基準としたときの各都市の時差が示された上で) ニューヨークで 12 月 15 日 19 時開始のバスケットボールの試合があります。東京でこの試合のライブ中継を見るためには、何月何日の何時にテレビをつければよいでしょうか。答えとその根拠を説明してください ¹ 。	あなたは建築設計師で、マンション購入者からの次のような依頼をうけました。「私が購入したマンションの床と天井が平行ではないように思うんです。確かに床と天井が平行であるか調査してください」あなたは確かに平行であることを必要最低限の調査費用で購入者に明瞭な理由を示し、報告書を作成しなければなりません。報告書には、簡潔・明瞭な説明と図、及び必要経費を記載する必要があります。なお、課題解決に使用できるものは、正確な角を測ることができる分度器 1 つ、伸縮自在の高性能メジャー (10m まで測定可能) 一つのみで、分度器、メジャーとも 1 回の測定につき、使用料金は 1 万円です ² 。(神原一之先生)
中学 2 年生	本質的な問い	連立方程式はどんな場面で必要なのか。	図形の性質を証明するにはどうすればよいか。
	永続的理解	問題に 2 つ以上の変数が存在し、変数の関係式が変数の数だけ立式できるとき連立方程式をつくり問題を解決することができる。	角の大きさ、線分の長さなどの関係性について調べるために図形に内在する合同な三角形に着目するのが 1 つの方法である。
	課題例	あなたは自宅の近くにくてきた J パーガーへ行き、家族の分を持ち帰りで買うことにしました。パーガー類は全品 300 円、サイドメニューは全品 200 円です。入会金 (300 円) を払って会員になると、単品を 10%引きで買うことができます。家族の要望 (全員がパーガーもサイドメニューも食べられるように、3400 円以内でたくさん、持ち帰るには合わせて 15 個までなど) に応えつつ、得をするにはどのように買えばよいだろうか。あなたの考えとその根拠を説明してください ³ 。(八尋純次先生)	教科書などから問題を選んで、その条件をいろいろと変えて問題をつくってみましょう。また、その問題の結論がいえるかどうかを調べ、数学新聞にまとめてみましょう ⁴ 。
中学 3 年生	本質的な問い	無理数とは何か。二次方程式を解くにはどうすればよいか。	相似であるとはどういうことか。三平方の定理とは何か。
	永続的理解	無理数は有理数とは異なる既約分数で表せない新しい数であり、無理数と有理数を合わせると実数になり、数直線が連続になる。2 次方程式を変形し、1 次方程式に帰着させることによって解くことができる。	2 つの図形が相似であるとは、その 2 つの図形の対応する 2 点間の線分の比、対応する角の大きさがすべて等しいことであり、現実の世界において形が同じで大きさが異なる関係を概念化する必要から相似が生じる。三平方の定理は、直角三角形の 3 辺の間で、直角をはさむそれぞれの 2 辺の長さの平方の和が、直角に対する辺 (斜辺) の長さの平方と等しいということが成立するというものである。
	課題例	あなたはインテリアデザイナーです。教会の神父から、教会の壁にステンドグラスを作ってほしいという依頼を受けました。その教会の壁は、面積が 60 m ² の正方形です。神父は「面積が 3 m ² の直角二等辺三角形の形をしたステンドグラスを、すきまをできるだけ少なくしてしきつめたい」とあなたに伝えました。必要なステンドグラスの枚数は何枚か、またそれはなぜかについて、根拠となった計算と設計図を示しつつ、説明してください ⁵ 。(神原一之先生)	太郎君は、弟の次郎と一緒に防波堤で投げ釣りに行きました。二人で釣りを始めてしばらくすると、太郎君の竿にあたりが来ました。「大物だ！」次郎はそう叫ぶと、持ってきたカメラで、太郎の勇姿を写真に収めました。しかし、おもりは海底に引っかかり、糸が切れ、おもりは海底に沈んだままとなってしまいました。あなたは、太郎君の友人として、おもりが沈んでいる場所を示す必要があります。次郎君が撮った写真をもとに、岸から何mの場所におもりが沈んでいるか調べなさい。また、判断した理由を図や式を用いて分かりやすく説明しなさい ⁶ 。(神原一之先生)

1 『中学校数学 1』学校図書、2012 年、53 頁に石井が若干の修正を加えた。

2 西岡加名恵・田中耕治編『「活用する力」を育てる授業と評価』学事出版、2009 年、49 頁に石井が若干の修正を加えた。

3 京都大学大学院教育学研究科 E.FORUM『「スタンダード作り」基礎資料集』(以下、『基礎資料集』と示す) 2010 年、103 頁に石井が若干の修正を加えた。

4 『未来へひろがる数学 2』啓林館、2012 年、171 頁に石井が若干の修正を加えた。

5 石井英真編『「教科する」学習を目指す中学校教育のデザイン——パフォーマンス評価を通して授業とカリキュラムを問い直す』(科学研究費補助金 中間報告書)、2011 年 3 月、49 頁に石井が若干の修正を加えた。

数量関係	
関数	資料の活用
自然や社会にある数量の関係を捉え、未知の数量を予測するにはどうすればよいか。	目的に応じて資料を集めたり、表現したり、分析したりするにはどのような方法があるのか。不確実な事象や集団の傾向を捉えるにはどうすればよいか。
比例、反比例とは何か。座標の数学界における功績は何か。	全体の傾向を表すにはどうすればよいか。
比例、反比例は、いずれも2つの対応する変数間の関数関係であり、比例とは、対応する変数の商(比)が一定なものであり、反比例とは、対応する変数の積が一定なものである。座標によって2つの変数間の対応についての変化の分析ができ、代数と図形が融合され、機械的な代数処理と直観的な図形処理が結びつけられる。	目的に応じて収集した資料を、表の形では度数分布表、グラフの形ではヒストグラムまたは折れ線グラフ、数値の形では代表値(平均、メジアン、モードなど)としてまとめ、結果から資料全体の傾向を読み取る。
右の表は、2004年10月23日の新潟県中越地震における、観測地点7か所の初期微動継続時間と震源までの距離をまとめたものです。この表をもとに、初期微動継続時間と震源までの距離の間にどんな関係があるのかを調べてみましょう。県内の長岡では、初期微動継続時間が2.15秒間でした。震源までの距離はおよそ何kmと考えられるでしょうか。答えとその根拠を説明してください ⁷ 。	ある日の新聞に、「今年の2月は暖冬だった」という記事がありました。寒い日も多かったと思うあなたは、記事の内容を確かめるために、自分の住んでいる町の、今年と13年前の2月の毎日の最低気温について調べてみました。調べたデータをもとに、今年と13年前よりも暖かくなっているかどうかを考え、クラスメートに自分の考えを説明しましょう ⁸ 。
1次関数とは何か。座標平面上における直線を決定づけるものは何か。	確率とは何か。
1次関数は、単調増加、もしくは単調減少の連続関数で、グラフは常に直線になる。直線は2点で決定されるが、関数的に見たとき直線を決定するのは変化の割合(変化率)と初期値(y切片)である。	確率とは、偶然の影響を受けるいろいろな事柄について、起こりうるすべての場合について同様に確からしい時に、起こりやすさを、客観的に測る尺度である。起こりやすさを数値で表したものである。
次の資料は、福岡市における各年ごとのスギ、ヒノキの花粉の量と前年7月の全日射量を示したグラフです。毎年、花粉に悩まされている人が多くなってきています。花粉の量は、前年の全日射量が影響していると言われていて、それが正しいとした場合、この資料から今年の花粉の量を予測し、予測の根拠を説明しなさい ⁹ 。(八尋純次先生)	ある年の年末ジャンボ宝くじの当せん金と、1千万本当たりの当せん本数は、右の表のようになっています。この宝くじの当せん金の期待値を求めて、レポートにまとめましょう ¹⁰ 。
2次関数とは何か。	標本調査を行うことで何がいえるのか。
2乗に比例する関数は、原点を境に減少から増加へ、または増加から減少へと変わり、変化の割合が一定ではなく、グラフは放物線となる。	標本のもつ傾向から、母集団のもつ傾向について判断できる。ただし、標本を抽出する際には、標本が母集団の傾向をよく表すように、公平で偏りのない方法で標本を抽出することが重要である。
友達と自転車で行きに行ったら、前を走っていた友達が急に止まったので、あなたは「危ない!」と思いブレーキをかけたが、前の友達にぶつかってしまいました。自転車で集団で走行するとき、安全に走行するためには、自転車の間隔を何mくらいあければよいでしょうか。明らかになったことをクラスメートに説明しましょう ¹¹ 。	夏目漱石の『我が輩は猫である』には、今まであまり見られない漢字がよく使われています。また、小説に使われている漢字の数は今と昔とはかなり違うようです。そこで、2冊の小説を選び、それぞれで使われている漢字の数を調べたいと思います。2冊の小説を選ぶ視点とそれぞれの小説に使われている漢字の数を比較した結果を説明しなさい ¹² 。(吉永政博先生)

⁶ 同上書、70頁に石井が若干の修正を加えた。

⁷ 『中学校数学1』学校図書、2012年、218頁に石井が若干の修正を加えた。

⁸ 『新しい数学1』東京書籍、2012年、146頁に石井が若干の修正を加えた。

⁹ 『基礎資料集』103頁に石井が若干の修正を加えた。

¹⁰ 『中学校数学2』学校図書、2012年、179頁に石井が若干の修正を加えた。

¹¹ 『新しい数学3』東京書籍、2012年、105頁に石井が若干の修正を加えた。

¹² 『基礎資料集』109頁に石井が若干の修正を加えた。